

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică M_{șt-nat}
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(\sqrt{5} + 2)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ $9 + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 9$	3p 2p
2.	$f(m) = 4 \Rightarrow m + 2 = 4$ $m = 2$	3p 2p
3.	$x^2 + 9 = 25 \Rightarrow x^2 - 16 = 0$ $x = -4$ sau $x = 4$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	Mulțimea M are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile În mulțimea M sunt 4 numere divizibile cu 2, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{9}$	1p 2p 2p
5.	$\frac{a-1}{2} = \frac{-3}{-6}$ $a = 2$	3p 2p
6.	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$	2p 3p
b)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 1+3x & 2x \\ -6x & 1-4x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+3y & 2y \\ -6y & 1-4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3x+3y-3xy & 2x+2y-2xy \\ -6x-6y+6xy & 1-4x-4y+4xy \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+3(x+y-xy) & 2(x+y-xy) \\ -6(x+y-xy) & 1-4(x+y-xy) \end{pmatrix} = A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
c)	$A(2^x + 2^x - 2^x \cdot 2^x) = A(1) \Leftrightarrow 2^x + 2^x - 2^x \cdot 2^x = 1$ $(2^x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$	3p 2p
2.a)	$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + a \cdot (-1) + 2 = -a$ $f(1) = 1^3 - 1^2 + a \cdot 1 + 2 = a + 2 \Rightarrow f(-1) + f(1) = -a + a + 2 = 2$, pentru orice număr real a	2p 3p
b)	Restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 - 2X + 2$ este aX Polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2X + 2 \Leftrightarrow a = 0$	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = a \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 - 2a$	3p
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - a(x_1 + x_2 + x_3) - 6 = 1 - 2a - a - 6 = -3a - 5$	1p
	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) = -3a - 5 + 3a = -5$, pentru orice număr real a	1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-3) - (x^2 + 2x - 11)}{(x-3)^2} =$	3p
	$= \frac{x^2 - 6x + 5}{(x-3)^2} = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}, x \in (3, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 11}{x(x-3)} = 1$	2p
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 11 - x^2 + 3x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 11}{x-3} = 5$, deci dreapta de ecuație $y = x + 5$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p
c)	$f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (3, 5) \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(3, 5)$	3p
	Cum $3 < \pi < 4$ și $f(4) = 13$, obținem $f(\pi) > 13$	2p
2.a)	$\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \int_0^1 (3x+1) dx =$	2p
	$= \left(\frac{3x^2}{2} + x \right) \Big _0^1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$	3p
b)	$F'(x) = (3x+m)'e^x + (3x+m)(e^x)' = 3e^x + (3x+m)e^x = (3x+m+3)e^x$	3p
	$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow (3x+m+3)e^x = (3x+1)e^x$, pentru orice număr real x , deci $m = -2$	2p
c)	$\int_0^a (3x+1)e^x dx = (3x-2)e^x \Big _0^a = (3a-2)e^a + 2$	2p
	$(3a-2)e^a + 2 = 3a \Leftrightarrow (3a-2)(e^a - 1) = 0$ și, cum a este număr real nenul, obținem $a = \frac{2}{3}$	3p