Universitatea "Alexandru Ioan Cuza" din Iaşi **Admitere - studii de licenţă**

Facultatea de Informatică **Sesiunea Iulie 2026**

Test la MATEMATICĂ

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

Pentru itemii de mai jos, scrieţi pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p **1.** Partea reală a numărului complex $\dfrac{(1+i)^8}{(\sqrt{3}-i)^3}$ este:

A. $2\sqrt{3}$; **B.** 2; **C.** 0; **D.** -2.

5p **2.** Dacă $\log_5 3 = a$, atunci valoarea expresiei $E = \log_{27} 125 - \log_{45} 25$ este:

A. $\dfrac{a+1}{2}$; **B.** $\dfrac{a+1}{a(2a+1)}$; **C.** $\dfrac{1}{a(2a+1)}$; **D.** $\dfrac{1+2a}{a}$.

5p **3.** Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ astfel încât $f(x+1) - f(x) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ şi fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $g(x) = f(x) - x^2$. Atunci funcţia g este:

A. strict crescătoare; **B.** periodică; **C.** strict descrescătoare; **D.** surjectivă.

5p **4.** Fie mulţimea $A = \{-1, 0, 1\}$. Atunci numărul funcţiilor pare $f : A \to A$ este:

A. 4; **B.** 6; **C.** 9; **D.** 27.

5p **5.** În planul xOy se consideră triunghiul ABC astfel încât $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = 6\vec{j}$. Perimetrul triunghiului ABC este:

A. 16; **B.** 6; **C.** 12; **D.** $6\sqrt{2}$.

5p **6.** Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin a + \cos b = \dfrac{1}{2}$ şi $\sin b + \cos a = 1$. Atunci $\sin(a+b)$ este:

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; **B.** $-\dfrac{3}{8}$; **C.** $-\dfrac{5}{8}$; **D.** $\dfrac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $A(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), t \in \mathbb{R}$ şi fie şirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definite prin

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A(t) \cdot \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}, \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

5p **a)** Arătaţi că $A(t)^T \cdot A(t) = I_2$ şi determinaţi toate valorile $t \in \mathbb{R}$ pentru care $A(t) = A(t)^{-1}$.

5p **b)** Să se arate că $x_{n+1}^2 + y_{n+1}^2 = x_n^2 + y_n^2 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, t \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru $t = \dfrac{\pi}{3}$, calculaţi x_{2026}.

2. Se consideră polinomul $P \in \mathbb{R}[X]$, definit prin $P = 2X^{2n+2} + 3X^{2n-1} + 4X^2 + X - 2$.

5p **a)** Calculaţi $P(-1)$.

5p **b)** Să se determine restul împărţirii polinomului P la polinomul $H = X^3 - X$.

5p **c)** Să se calculeze suma coeficienţilor câtului împărţirii polinomului P la polinomul H.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definită prin $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Să se determine ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)^{x^2}$.

5p **c)** Fie $f_n(x)=\underbrace{(f\circ\ldots\circ f)}_{de\ n\ ori}(x), x\in\mathbb{R}, n\in\mathbb{N}^*$. Determinaţi termenul general al şirului $(a_n)_{n\geq 1}$, definit prin $a_n=\lim\limits_{x\to\infty} f_n(x)$. Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{a_k-a_{k+1}}{a_k\cdot a_{k+1}}$.

2. Fie şirul $(I_n)_{n\geq 1}$, definit prin $I_n=\displaystyle\int_0^1 t^n e^{-t}dt,\ n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Calculaţi I_1.

5p **b)** Să se arate că şirul $(I_n)_{n\geq 1}$ este descrescător.

5p **c)** Arătaţi că are loc relaţia: $I_{n+1}=(n+1)\cdot I_n-\dfrac{1}{e},\ \forall n\geq 1$.