

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianța 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{5} + 2)^2 - 4\sqrt{5} = 9$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $M(m, 4)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x^2 + 9) = \log_4 25$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie divizibil cu 2.
- 5p 5. Determinați numărul real a , pentru care vectorii $\vec{u} = (a-1)\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{1}{2}$, arătați că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & 2x \\ -6x & 1-4x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(x+y-xy)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , știind că $A(2^x)A(2^x) = A(1)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX + 2$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(-1) + f(1) = 2$, pentru orice număr real a .
- 5p b) Determinați numărul real a , pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2X + 2$.
- 5p c) Demonstrați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2 + 3x_2x_3 + 3x_1x_3 = -5$, pentru orice număr real a , unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 11}{x - 3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $x \in (3, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(\pi) > 13$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3x+1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \frac{5}{2}$.
- 5p b) Determinați numărul real m , pentru care funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (3x+m)e^x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numărul real nenul a , știind că $\int_0^a f(x) dx = 3a$.